***Teorema** : Teorema das Linhas*

A soma ao longo de uma linha n *do triângulo de Pascal é igual a* 2^n *. Em notações :*

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n$$

A prova segue por indução:

Para $n = 0$

$$\binom{0}{0} = 2^0 \Rightarrow 1 = 1$$

Para $n = k$ (*hipótese de indução*)

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} = 2^k$$

Para $n = k+1$

$$\sum_{i=0}^{k+1} \binom{k+1}{i} = 2^{k+1}$$

$\binom{k+1}{i} = \binom{k}{i-1} + \binom{k}{i}$ (pela relação de Stiffel). Portanto temos:

$$\sum_{i=0}^{k+1} \left[\binom{k}{i-1} + \binom{k}{i} \right] = 2^{k+1} \Rightarrow \sum_{i=0}^{k+1} \binom{k}{i-1} + \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} = 2^{k+1}$$

Por h.i na segunda soma :

$$\sum_{i=0}^{k+1} \binom{k}{i-1} + 2^k = 2^{k+1}$$

Trocando $i-1$ *por* j *, temos* $i - 1 = j \Rightarrow i = j+1$*. Substituíndo e alterando os índices :*

$$\sum_{j=0}^{k} \binom{k}{j} + 2^k = 2^{k+1}$$

Novamente por h.i agora na primeira soma :

$$2^k + 2^k = 2^{k+1}$$

http://axiomatica.wordpress.com/