

Triângulo de Pascal

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \binom{0}{0} & & & & \\ & & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & \\ & & & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} \\ & & & & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} \\ & & & & \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} \end{array}$$

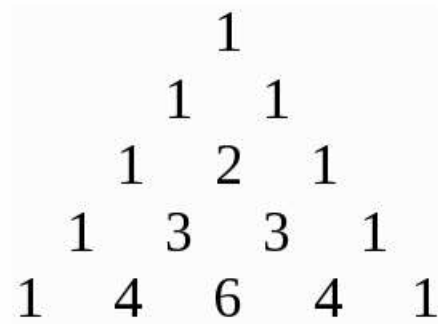

$$\begin{array}{cccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & \\ & & & & 1 & & 2 & & 1 \\ & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

Figura1. triângulo de Pascal até a 4ª linha

Proposição 1. *O triângulo de Pascal é simétrico em relação a reta vertical que passa por seu pico.*

Demonstração. É natural. Basta lembrar que de um conjunto com n-elementos, ao se escolher sub-conjuntos com a-elementos, automaticamente já fizemos a escolha dos sub-conjuntos com (n-a)-elementos. \square

Proposição 2. *A soma dos inteiros da n-ésima linha é o número de sub-conjuntos de um conjunto com n-elementos.*

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$$

Demonstração. Vamos expandir esse somatório para tentar enxergar algo conhecido:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

Agora a prova é realmente uma trivialidade, afinal o que estamos fazendo é somando o n^{o} de sub-conjuntos com $0, 1, 2, \dots, n$ elementos e essa soma só pode ser o número de sub-conjuntos do conjunto com n -elementos.

Na verdade essa demonstração é uma trivialidade, afinal já foi demonstrado porque 2^n é o n^{o} de sub-conjuntos de um dado conjunto com n -elementos. 2 opções para cada elemento estar ou não em dado sub-conjunto... \square